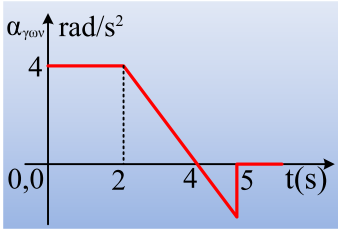
Ένα φορτηγό επιταχύνεται



Ένα φορτηγό κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα υ_0=6m/s. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε ότι t=0, το φορτηγό επιταχύνεται και η γωνιακή επιτάχυνση ενός τροχού του, ακτίνας R=0,4m, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.

i) Να βρεθεί η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του τροχού από 0-2s.

ii) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη στιγμή t_1=5s και πόση τη στιγμή t_2=10s;

iii) Ποια είναι τελικά η ταχύτητα του φορτηγού;

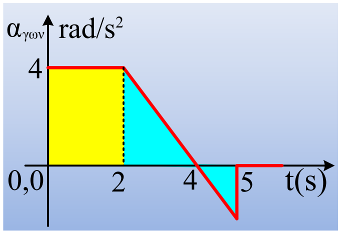
Απάντηση:

i) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ορίζεται από την εξίσωση: $a_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{d\omega}{dt}$ (1).

Αλλά ο ρυθμός αυτός από 0-2s παραμένει σταθερός, οπότε μπορούμε να γράψουμε:

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow \Delta\omega = a_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$\Delta\omega = a_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t = 4 \cdot 2rad/s = 8rad/s$$



Η παραπάνω μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας, θα μπορούσε να υπολογιστεί και από το διάγραμμα $\alpha_{\gamma\omega\nu}$-t, αφού το εμβαδόν του κίτρινου παραλληλογράμμου (στο διπλανό σχήμα), είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας.

ii) Η αντίστοιχη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας, στο χρονικό διάστημα 2s-5s, δεν θα μπορούσε να υπολογιστεί (χωρίς ολοκλήρωμα) από την σχέση (1). Αν όμως λάβουμε υπόψη μας την παραπάνω παρατήρηση, τότε μπορούμε να βρούμε την αντίστοιχη μεταβολή από τα εμβαδά των δύο τριγώνων (με γαλάζιο χρώμα). Τα δύο τρίγωνα του σχήματος είναι όμοια (ορθογώνια με τις δυο οξείες γωνίες ίσες ως κατακορυφήν), συνεπώς τη στιγμή t=5s, $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=-2rad/s^2 οπότε:

$$\Delta\omega = \frac{1}{2}4 \cdot 2rad/s + \frac{1}{2}1 \cdot (-2)rad/s = 3rad/s$$

Όμως, αφού ο τροχός κυλίεται ισχύει $\upsilon_{cm}=\omega_0 \cdot R \rightarrow$ $\omega_0 = \dfrac{\upsilon_0}{R} = \dfrac{6}{0,4} rad/s = 15 rad/s$, ενώ τη στιγμή t=2s η γωνιακή ταχύτητα είναι $\omega_1=\omega_0+\Delta\omega$=23 rad/s, ενώ τη στιγμή t_1=5s, θα είναι:

$$\omega=\omega_1+\Delta\omega=26 rad/s.$$

Μετά τη χρονική στιγμή t_1=5s, η γωνιακή επιτάχυνση μηδενίζεται, συνεπώς η γωνιακή ταχύτητα παραμένει σταθερή και ίση με 26rad/s.

iii) Η τελική ταχύτητα του φορτηγού είναι ίση με την τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, δηλαδή:

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_{cm} = \omega \cdot R = 26 \cdot 0{,}4\ m/s = 10{,}4\ m/s$$

Σχόλια:

1) Μπορούμε να βρούμε αλγεβρικά, με βάση την εξίσωση της ευθείας, την τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t=5s, αλλά μπορούμε να δούμε ότι τα δύο τρίγωνα είναι όμοια, οπότε εύκολα βρίσκουμε ότι ότι $\alpha_{\gamma\omega\nu(5)}$=-2rad/s^2.

2) Με βάση τα μαθηματικά, δεν υπάρχουν αρνητικά εμβαδά. Οπότε θα μπορούσαμε να γράψουμε:

$$\Delta\omega = \frac{1}{2}4 \cdot 2rad/s - \frac{1}{2}1 \cdot 2rad/s = 3rad/s$$

Όπου από το εμβαδόν του πρώτου τριγώνου αφαιρούμε το εμβαδόν του τριγώνου, που είναι κάτω από τον άξονα των χρόνων.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης