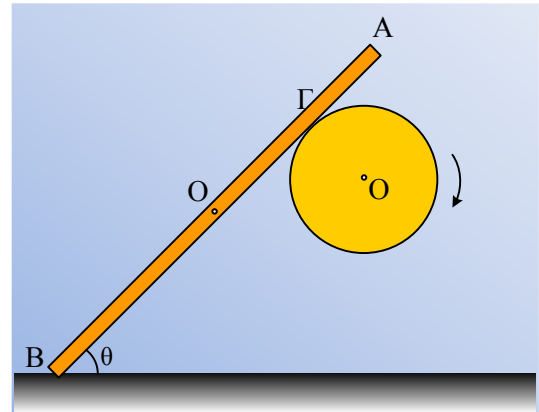


Ένα φρενάρισμα κυλίνδρου.

Ένας κύλινδρος μάζας $M=200\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,6\text{m}$ στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεων του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=10\text{rad/s}$. Προκειμένου να τον σταματήσουμε, στηρίζουμε πάνω του μια ομογενή δοκό μήκους $\ell=4\text{m}$ και μάζας $m=9\text{kg}$, όπως στο σχήμα, όπου $(A\Gamma)=1\text{m}$ ενώ η γωνία θ που σχηματίζει με το έδαφος έχει $\eta\mu\theta=0,6$ (συν $\theta=0,8$). Παρατηρούμε ότι η δοκός ισορροπεί, ενώ ο κύλινδρος σταματά σε χρονικό διάστημα $\Delta t=50\text{s}$.

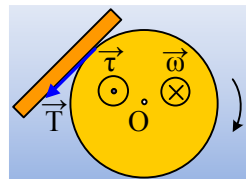


- i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και δοκού.
- ii) Να βρεθεί η τριβή που δέχεται η δοκός από το έδαφος.
- iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ δοκού και εδάφους, χωρίς να γλιστρήσει η δοκός για το χρονικό διάστημα περιστροφής του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I= \frac{1}{2} MR^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

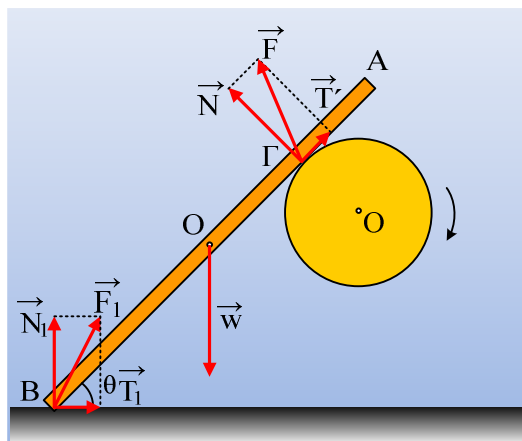
Απάντηση:

- i) Ο κύλινδρος επιβραδύνεται και αφού στρέφεται με την φορά των δεικτών του ρολογιού, το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας, είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα, συνεπώς θα πρέπει να δεχτεί ροπή αντίθετης κατεύθυνσης. Αλλά τότε η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο έχει τη κατεύθυνση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η τριβή αυτή είναι τριβή ολίσθησης, αφού το σημείο του κυλίνδρου που έρχεται σε επαφή με τη δοκό έχει ταχύτητα $v=\omega \cdot R$, συνεπώς έχει σταθερό μέτρο, αλλά τότε και η ροπή έχει σταθερό μέτρο, όπως και η γωνιακή επιτάχυνση (επιβράδυνση) που προκαλεί. Αλλά



$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - \omega_0}{\Delta t} = -0,2\text{rad/s}^2, \text{ οπότε από το 2}^\circ \text{ νόμο του Νεύτωνα για τη στροφοική κί-}$$

νηση παίρνουμε (δουλεύουμε με μέτρα μεγεθών):



$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$T = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,6 \cdot 0,2 N = 12 N$$

Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στη δοκό.

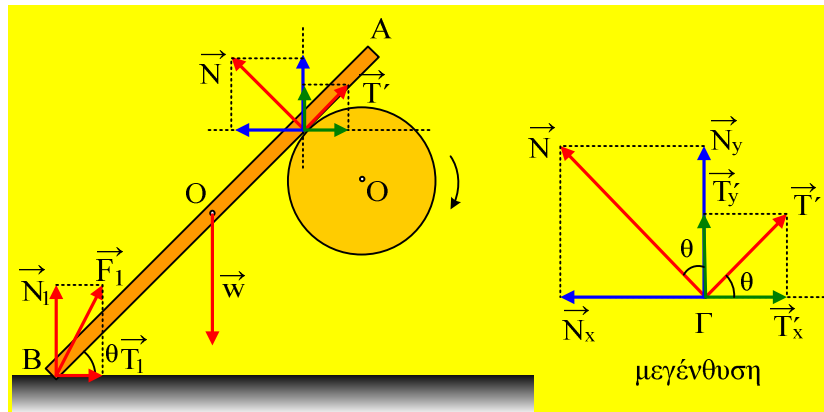
Αφού η δοκός ισορροπεί $\Sigma F = 0$ και $\Sigma\tau = 0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο.

$$\Sigma\tau_{(B)} = 0 \rightarrow N \cdot (B\Gamma) - w \cdot (OB) \cdot \sin\theta = 0 \rightarrow$$

$$N \cdot 3 = 90 \cdot 2 \cdot 0,8 \rightarrow N = 48 N$$

$$\text{Αλλά τότε } \mu = \frac{T'}{N} = \frac{12}{48} = 0,25$$

- ii) Προκειμένου τώρα να υπολογίσουμε την τριβή T_1 που ασκείται από το έδαφος στη δοκό, αλλάζουμε άξονες και δουλεύουμε σε άξονες x και y σε οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση. Αναλύουμε την κάθετη αντίδραση και την τριβή που ασκούνται στο Γ, οπότε έχουμε:



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_1 + T'_x - N_x = 0 \rightarrow T_1 = N \cdot \eta\mu\theta - T' \cdot \sin\theta \rightarrow$$

$$T_1 = N \cdot \eta\mu\theta - T' \cdot \sin\theta = 48 \cdot 0,6N - 12 \cdot 0,8N = 19,2N$$

- iii) Αλλά και $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_y + T'_y + N_1 - w = 0 \rightarrow N_1 = mg - N \cdot \sin\theta - T' \cdot \eta\mu\theta \rightarrow$

$$N_1 = mg - N \cdot \sin\theta - T' \cdot \eta\mu\theta = 90N - 48 \cdot 0,8N - 12 \cdot 0,6N = 44,4N$$

Αλλά για να μην γλιστρήσει η δοκός στη διάρκεια της περιστροφής του κυλίνδρου, θα πρέπει η ασκούμενη τριβή να είναι στατική, οπότε $T_1 \leq T_{op} \rightarrow T_1 \leq \mu_s \cdot N_1 \rightarrow$

$$\mu_s \geq \frac{T_1}{N_1} \rightarrow \mu_s \geq \frac{19,2}{44,4} \rightarrow \mu_s \geq 0,43$$

Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής της οριακής τριβής ώστε να μην γλιστρήσει η δοκός για όσον χρόνο περιστρέφεται ο κύλινδρος είναι $\mu_{s\min} = 0,43$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης