

Δυο πηγές που δεν συγχρονίστηκαν.

Στην επιφάνεια ενός υγρού ηρεμούν δυο πηγές κυμάτων O_1 και O_2 , που μπορούν να εκτελέσουν κατακόρυφες αρμονικές ταλαντώσεις πλάτους $A=0,2\text{m}$ με συχνότητα $f=1\text{Hz}$, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $(O_1O_2)=4\text{m}$. Κάποια στιγμή, έστω $t=0$, η πηγή O_1 ξεκινά την ταλάντωσή της κινούμενη προς τα πάνω. Η πηγή O_2 όμως καθυστερεί να ξεκινήσει την ταλάντωσή της κατά $0,5\text{s}$, κινούμενη με τον ίδιο τρόπο. Στην επιφάνεια του υγρού διαδίδονται έτσι δύο κύματα, τα οποία δεχόμαστε ότι διατηρούν σταθερό πλάτος, με ταχύτητα $v=2\text{m/s}$.

- i) Από ποιες εξισώσεις περιγράφονται τα κύματα που δημιουργούνται;
- ii) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου M , το οποίο βρίσκεται στο μέσον του τμήματος O_1O_2 .
- iii) Ένα άλλο σημείο Σ ταλαντώνεται με πλάτος $0,4\text{m}$, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων. Να βρεθεί μια σχέση που συνδέει τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις δύο πηγές.
- iv) Πόσες υπερβολές ενισχυτικής συμβολής σχηματίζονται στην επιφάνεια του υγρού;

Απάντηση:

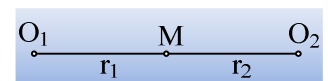
- i) Η εξίσωση της απομάκρυνσης της πηγής O_1 είναι της μορφής $y=A\cdot\eta\mu\omega t$, ενώ το κύμα που δημιουργεί έχει μήκος κύματος $\lambda = \frac{v}{f} = 2\text{m}$. Έτσι η εξίσωση του διαδιδόμενου κύματος είναι:

$$y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{r_1}{2} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu (2\pi t - \pi r_1) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

Εξάλλου η αντίστοιχη εξίσωση της απομάκρυνσης της δεύτερης πηγής, θα είναι της μορφής $y=A\cdot\eta\mu\omega(t-t_1)$, όπου $t_1=0,5\text{s}$ η χρονική στιγμή που ξεκινά την ταλάντωσή της. Συνεπώς το κύμα που θα δημιουργήσει θα έχει εξίσωση:

$$y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{r_2}{2} - \frac{1}{2} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu (2\pi t - \pi r_2 - \pi) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

- ii) Με βάση την αρχή της επαλληλίας, η απομάκρυνση ενός σημείου εξαιτίας και των δύο κυμάτων θα είναι:



$$y = y_1 + y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu (2\pi t - \pi r_1) + 0,2 \cdot \eta\mu (2\pi t - \pi r_2 - \pi) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{2\pi t - \pi r_1 - 2\pi t + \pi r_2 + \pi}{2} \right) \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t - \pi r_1 + 2\pi t - \pi r_2 - \pi}{2} \right) \rightarrow$$

$$y = 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1 + 1}{4} \right) \cdot \eta\mu \left(2\pi t - 2\pi \frac{r_1 + r_2 + 1}{4} \right)$$

Συνεπώς το πλάτος της ταλάντωσης μετά την συμβολή θα είναι:

$$A = \left| 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1 + 1}{4} \right) \right|$$

Οπότε το σημείο M, όπου $r_1=r_2=2m$ θα ταλαντώνεται με πλάτος:

$$A_M = \left| 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1 + 1}{4} \right) \right| = \left| 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{\pi}{2} \right) \right| = 0$$

Δηλαδή μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, το μέσον M του ευθύγραμμου τμήματος O_1O_2 θα παραμένει ακίνητο.

iii) Για τα σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $A'=0,4m$ θα ισχύει:

$$\left| 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1 + 1}{4} \right) \right| = 0,4 \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1 + 1}{4} \right) = \pm 1 \rightarrow$$

$$2\pi \left(\frac{r_2 - r_1 + 1}{4} \right) = k\pi \rightarrow r_2 - r_1 + 1 = 2k \rightarrow$$

$$r_2 - r_1 = 2k - 1 \text{ με } k \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

iv) Οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, που θα δημιουργηθούν στην επιφάνεια του υγρού, θα περνούν και από το ευθύγραμμο τμήμα O_1O_2 , συνεπώς αρκεί να βρούμε πόσα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος θα ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος. Έστω ένα τέτοιο σημείο το οποίο απέχει κατά r_1 από την πηγή O_1 και r_2 από την O_2 . Για να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος, θα πρέπει να ικανοποιείται η σχέση (1), οπότε:

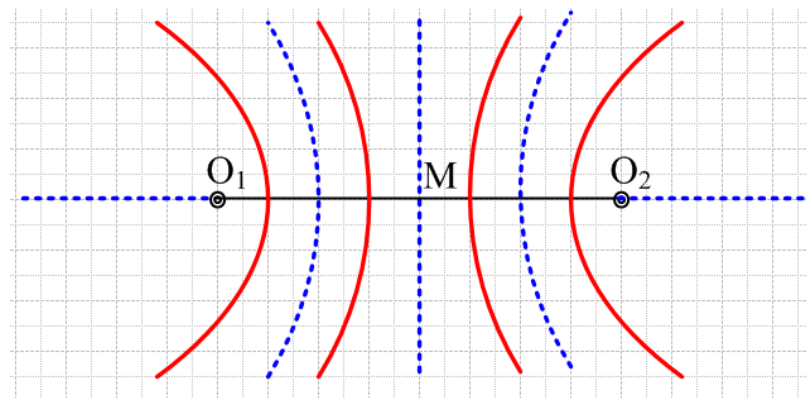
$$r_2 - r_1 = 2k - 1 \text{ ενώ } r_2 + r_1 = 4m \rightarrow$$

$$2r_2 = 2k - 1 + 4 \rightarrow r_2 = k + 1,5$$

$$\text{Αλλά } 0 \leq r_2 \leq 4 \rightarrow 0 \leq k + 1,5 \leq 4 \rightarrow -1,5 \leq k \leq 2,5$$

Άρα $k = -1, 0, 1, 2$ και αντίστοιχα $r_2 = 0,5m, 1,5m, 2,5m, 3,5m$

Στην επιφάνεια του υγρού, θα δημιουργηθούν δηλαδή τέσσερις υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα, με κόκκινο χρώμα, ενώ αντίθετα οι διακεκομμένες μπλε γραμμές δείχνουν τα σημεία απόσβεσης.



Σχόλιο:

1) Όταν μιλάμε για σύγχρονες πηγές, τα σημεία της μεσοκαθέτου, ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $2A$.

Στο παραπάνω παράδειγμα, μια μικρή καθυστέρηση στην έναρξη ταλάντωσης της μιας πηγής είχε σαν αποτέλεσμα να μεταβληθούν τα πράγματα και εκεί που θα περιμέναμε να έχουμε ενίσχυση να έχουμε απόσβεση και αντίστροφα.

- 2) Αν προσέξουμε στο παραπάνω σχήμα, το ευθύγραμμο τμήμα O_1O_2 , τέμνεται από 4 υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, σε τμήματα απέχοντα 1m το ένα από το άλλο. Στο ενδιάμεσο, σε απόσταση 0,5m από την υπερβολή ενίσχυσης περνά και κάποια υπερβολή απόσβεσης. Αλλά τότε θα περίμενε κάποιος να περνούν και δύο υπερβολές από τις θέσεις των πηγών. Στην πραγματικότητα οι υπερβολές αυτές έχουν εκφυλιστεί στις δύο ημιευθείες που έχουν σχεδιαστεί δεξιά και αριστερά των πηγών.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης