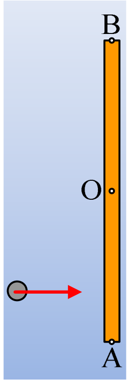
Κίνηση ράβδου μετά από κρούση.



Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια λεπτή ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους ℓ=2m. Σε μια στιγμή (t_0=0) συγκρούεται μαζί της μια κινούμενη σφαίρα, όπως στο σχήμα (α), με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, το άκρο Α της σανίδας να αποκτήσει ταχύτητα μέτρου υ_{max}= 0,7m/s, της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα της σφαίρας. Στη συνέχεια η ταχύτητα του σημείο Α μεταβάλλεται και η ελάχιστη τιμή που παίρνει, είναι υ_{min}= 0,1m/s, με την ίδια κατεύθυνση.

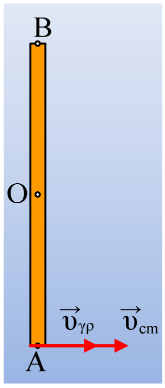
Αν η κίνηση της ράβδου γίνεται χωρίς να εμφανίζονται τριβές, να βρεθούν:

i) Η ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου.

ii) Ο αριθμός των περιστροφών που κάνει η ράβδος μέχρι τη στιγμή t_1= 15π s.

iii) Η ταχύτητα του άκρου Α την παραπάνω στιγμή t_1.

Απάντηση:

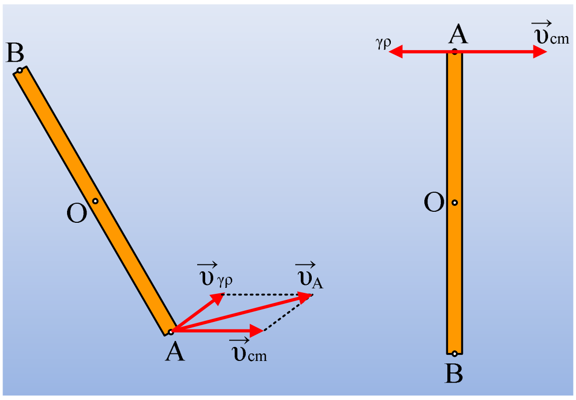


i) Η κίνηση που πραγματοποιεί η ράβδος είναι σύνθετη, η οποία θεωρούμε ότι αποτελείται από μια μεταφορική με ταχύτητα υ_O=υ_{cm}, η οποία παραμένει σταθερή αφού δεν ασκούνται τριβές και μια στροφική γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της (cm) Ο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Αλλά τότε το σημείο Α, αμέσως μετά την κρούση, έχει ταχύτητα ίση με το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων υ_{cm} και $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega\cdot R=\omega\cdot \ell/2$, που οφείλονται στην μεταφορική και την στροφική κίνηση της ράβδου. Αλλά στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι παραπάνω συνιστώσες, οπότε

$$\upsilon_{max}=\upsilon_{cm}+\omega\cdot \ell/2 \rightarrow$$

$$\upsilon_{cm}+\omega\cdot\frac{2}{2}=0{,}7 \ \rightarrow$$

$$\upsilon_{cm}+\omega=0{,}7 \quad (1)$$



Αλλά σε κάθε άλλη θέση, σχεδιάζοντας το παραλληλόγραμμο, για την εύρεση της ταχύτητας του σημείου Α, επειδή το μέτρο της ταχύτητας υ_A, είναι η μια πλευρά ενός τριγώνου με άλλες πλευρές την υ_{cm} και $\upsilon_{\gamma\rho}$ θα ισχύει:

$$\upsilon_{cm}-\upsilon_{\gamma\rho} < \upsilon_A < \upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho}$$

Ενώ τη στιγμή που το σημείο Α διαγράφοντας μισή στροφή, παίρνει τη θέση του Β ισχύει: υ_A= $\upsilon_{cm}-\upsilon_{\gamma\rho}$ η οποία είναι και η ελάχιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σημείο Α. Έτσι

$$\upsilon_{cm}-\upsilon_{\gamma\rho}=0{,}1 \rightarrow \upsilon_{cm}-\omega\cdot \ell/2= 0{,}1 \rightarrow$$

$$\upsilon_{cm}-\omega=0{,}1 \quad (2)$$

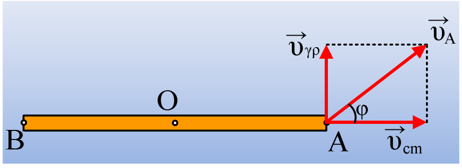
Από (1) και (2) παίρνουμε με πρόσθεση κατά μέλη $2\upsilon_{cm}$=0,8 → υ_{cm}=0,4m/s και ω=0,3rad/s.

ii) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής παραμένει σταθερή, συνεπώς η ράβδος στρέφεται κατά γωνία θ:

$$\theta=\omega\cdot\Delta t=0{,}3\cdot 15\pi rad=4{,}5\pi\ rad$$

συνεπώς έχει κάνει $N=\frac{\vartheta}{2\pi}=2{,}25$ στροφές.

iii) Τη στιγμή t_1 η ράβδος έχοντας κάνει (2+ ¼) περιστροφές, βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος, οπότε η ταχύτητα του άκρου Α, βρίσκεται σαν το διανυσματικό άθροισμα της υ_{cm} και της $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega\cdot R=0{,}3m/s$. Τότε:



$$\upsilon_A=\sqrt{\upsilon_{cm}^2+\upsilon_{\gamma\rho}^2}=\sqrt{0{,}4^2+0{,}3^2}\,\text{m/s}=0{,}5\text{m/s}$$

Ενώ η κατεύθυνσή της σχηματίζει με την διεύθυνση της υ_{cm} γωνία φ, όπου

$$\varepsilon\varphi\phi=\frac{\upsilon_{\gamma\rho}}{\upsilon_{cm}}=\frac{3}{4}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης