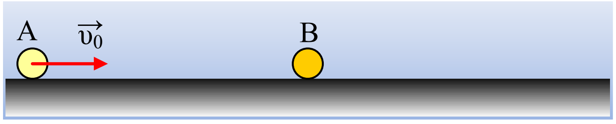
Κίνηση φορτισμένων σφαιρών.



Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια μικρή μεταλλική σφαίρα Β, μάζας Μ=5g και φορτίου Q=2μC. Από μεγάλη απόσταση εκτοξεύεται μια άλλη επίσης μεταλλική σφαίρα Α, μάζα m=3g και φορτίου q=1μC, με κατεύθυνση προς τη σφαίρα Β με αρχική ταχύτητα υ_0=20m/s, χωρίς να στρέφεται.

i) Αν η σφαίρα Β συγκρατείται ακίνητη στη θέση της, ποια η ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν οι δυο σφαίρες;

ii) Ποιος ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής της Α σφαίρας;

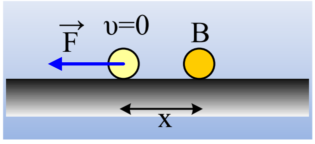
Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα η σφαίρα Β αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί.

iii) Ποια η ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν οι δυο σφαίρες και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σφαίρας στην απόσταση αυτή;

iv) Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Α σφαίρας έχει μετατραπεί σε δυναμική, τη στιγμή που μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα της Α σφαίρας;

Απάντηση:

i) Καθώς πλησιάζει η Α σφαίρα την Β, δέχεται απωστική δύναμη Coulomb, με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται, μέχρι κάποιο σημείο που μηδενίζεται η ταχύτητά της και στη συνέχεια θα κινηθεί προς τα αριστερά.



Η μηχανική ενέργεια κατά την κίνηση της σφαίρας παραμένει σταθερή, αφού η δύναμη είναι συντηρητική, το άθροισμα της κινητική και δυναμικής ενέργειας, θα είναι σταθερό, τόσο στην αρχική θέση (άπειρο) όσο και στην τελική θέση που μηδενίζεται η ταχύτητα της σφαίρας, οπότε παίρνουμε:

$$K_\infty+U_\infty=K_\tau+U_\tau \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+0=0+k\frac{Qq}{x}\rightarrow x=\frac{2kQq}{m\upsilon_0^2}\rightarrow$$

$$x=\frac{2kQq}{m\upsilon_0^2}=\frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 1\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-3}\cdot 400}m=0{,}03m=3cm$$

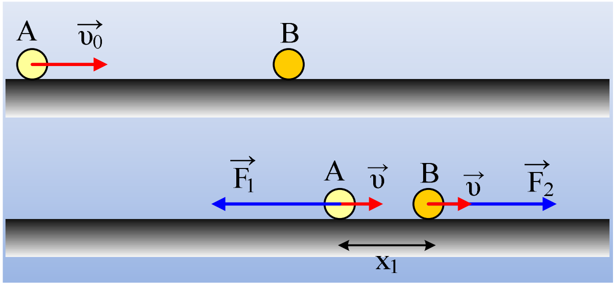
Στη θέση μηδενισμού της ταχύτητας ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της Α σφαίρας είναι (θεωρούμε θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση):

$$\frac{dP}{dt}=\sum F=-k\frac{Qq}{x^2}\rightarrow$$

$$\frac{dP}{dt}=-k\frac{Qq}{x^2}=-9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 1\cdot 10^{-6}}{3^2\cdot 10^{-4}}\frac{kgm/s}{s}=-20kg\cdot m/s^2.$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι ο παραπάνω ρυθμός. έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά.

ii) Όταν η Β σφαίρα είναι ελεύθερη, τότε θα δεχθεί απωστική δύναμη με αποτέλεσμα να αρχίζει να επιταχύνεται προς τα δεξιά, ενώ η Α επιβραδύνεται. Για όσο χρονικό διάστημα η ταχύτητα της Α σφαίρας έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από την Β, η απόσταση μεταξύ τους θα μειώνεται. Αν η ταχύτητα της Β είναι μεγαλύτερη της Α, τότε η απόσταση μεταξύ τους θα αυξάνεται.
Συνεπώς η ελάχιστη απόσταση, μεταξύ των δύο σφαιρών, θα είναι τη στιγμή που οι δυο σφαίρες θα έχουν ίσες ταχύτητες.



Αλλά το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο (οι δυνάμεις είναι εσωτερικές), οπότε η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Εφαρμόζουμε λοιπόν την ΑΔΟ, ανάμεσα στην αρχική θέση των δύο σφαιρών και τη στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες και έχουμε:

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \rightarrow m\upsilon_0 = m\upsilon + M\upsilon \rightarrow$$

$$\upsilon = \frac{m\upsilon_0}{m+M}$$

Εφαρμόζοντας τώρα για το ίδιο διάστημα την διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$K_\infty + U_\infty = K_τ + U_τ \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}(m+M)\upsilon^2 + k\frac{Qq}{x_1} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2\upsilon_0^2}{(m+M)^2} + k\frac{Qq}{x_1} \rightarrow$$

$$x_1 = \frac{2kQq(M+m)}{mM\upsilon_0^2} = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 1\cdot 10^{-6}\cdot(3+5)\cdot 10^{-3}}{3\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 20^2}m = 0{,}048m = 4{,}8cm$$

Ενώ για την σφαίρα Α: $\frac{dP_A}{dt} = \sum F = -k\frac{Qq}{x_1^2} = -9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 1\cdot 10^{-6}}{4{,}8^2\cdot 10^{-4}}kgm/s^2 \approx -7{,}8kgm/s^2$

ενώ αντίστοιχα για την Β σφαίρα $\frac{dP_B}{dt} = \sum F = +k\frac{Qq}{x_1^2} \approx +7{,}8kgm/s^2$

iii) Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ ανάμεσα στην αρχική θέση και τη στιγμή όπου μηδενίζεται η ταχύτητα της Α σφαίρας, παίρνουμε:

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \rightarrow m\upsilon_0 = m\cdot 0 + M\upsilon_2 \rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{m\upsilon_0}{M} = \frac{3\cdot 20}{5}m/s = 12m/s$$

Εξάλλου από την διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$K_{\infty}+U_{\infty}=K_{\tau}+U_{\tau} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+0=\frac{1}{2}M\upsilon_2^2+U \rightarrow U=\frac{1}{2}3\cdot 10^{-3}20^2\,J-\frac{1}{2}5\cdot 10^{-3}\cdot 12^2\,J=0{,}24J$$

Ενώ η αρχική κινητική ενέργεια ήταν $K_{\alpha\rho\chi}=\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\frac{1}{2}3\cdot 10^{-3}20^2\,J=0{,}6J$

Συνεπώς το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έχει μετατραπεί σε δυναμική είναι:

$$\pi=\frac{U}{K_{\alpha\rho\chi}}100\%=\frac{0{,}24}{0{,}6}100\%=40\%$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης