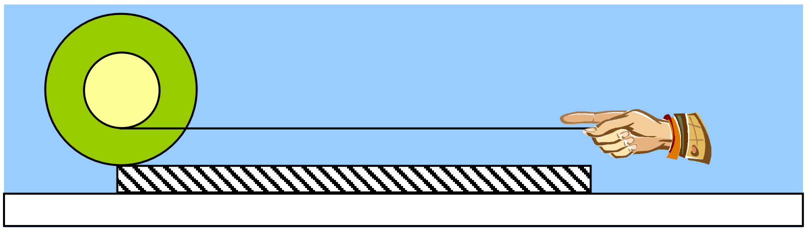
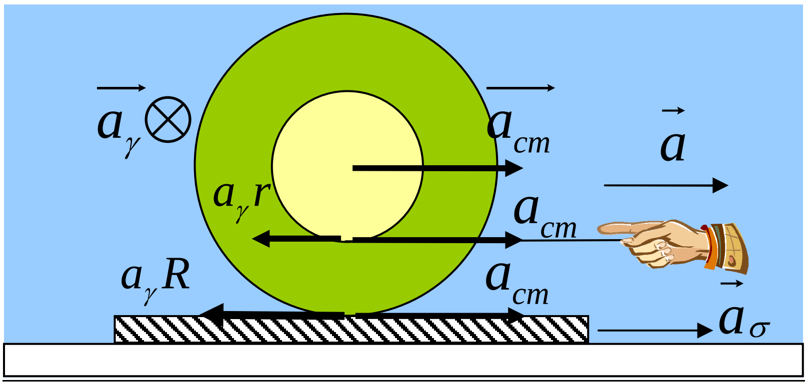
Ο κύλινδρος και η σανίδα.

Σανίδα μάζας M = 7 kg , μήκους L = 2,4 m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στη σανίδα, στο αριστερό της άκρο, τοποθετείται κύλινδρος μάζας m = 1 kg , ακτίνας R = 0,2 m που φέρει εγκοπή ακτίνας r = 0,1 m. Στην εγκοπή τυλίγεται αβαρές νήμα όπως δείχνει το σχήμα. Το χέρι κινείται με επιτάχυνση α = 1 m/s^2. Ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει στη σανίδα.



1. Ποια θα είναι η επιτάχυνση του κυλίνδρου και ποια της σανίδας;
2. Ποια θα είναι η τελική ταχύτητα της σανίδας;
3. Πόσο έργο έχει προσφέρει το χέρι στο σύστημα;

Απάντηση:



<u>Το κινηματικόν μέρος</u>

Το σημείο επαφής έχει ίδια επιτάχυνση με τη σανίδα οπότε:

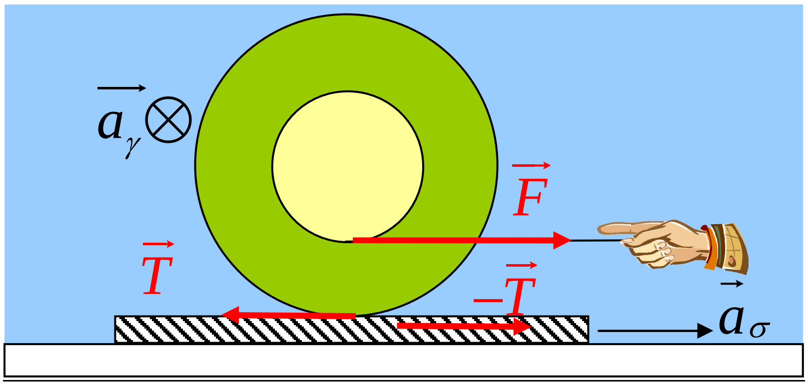
$$a_{cm} - a_\gamma R = a_\sigma \quad (1)$$

Το νήμα έχει την ίδια επιτάχυνση με το χέρι και το σημείο επαφής του οπότε:

$$a_{cm} - a_\gamma r = a \Rightarrow a_\gamma = \frac{a_{cm} - a}{r} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow a_\sigma = a_{cm} - \frac{a_{cm} - a}{r} R \Rightarrow a_\sigma = 2.a - a_{cm} \quad (3)$$

Το δυναμικόν μέρος



Ο αείμνηστος Νεύτων μας διαβεβαίωνε ότι $F-T=m.a_{cm} \quad (4)$

Και ότι $T=M.a_\sigma \quad (5)$

Για τη στροφική κίνηση:

$$\sum\tau=I.a_\gamma \Rightarrow T.R-F.r=\frac{m.R^2}{2}a_\gamma$$

$$\Rightarrow T.R-F.\frac{R}{2}=\frac{m.R^2}{2}a_\gamma \quad (6)$$

1. Με τη βοήθεια των (2) , (3) οι παραπάνω γίνονται:

$$F-T=m.a_{cm} \qquad (4)$$

$$T=M.2a-M.a_{cm} \qquad (7)$$

$$T-\frac{F}{2}=m.a_{cm}-m.a \Rightarrow 2.T-F=2m.a_{cm}-2m.a \qquad (8)$$

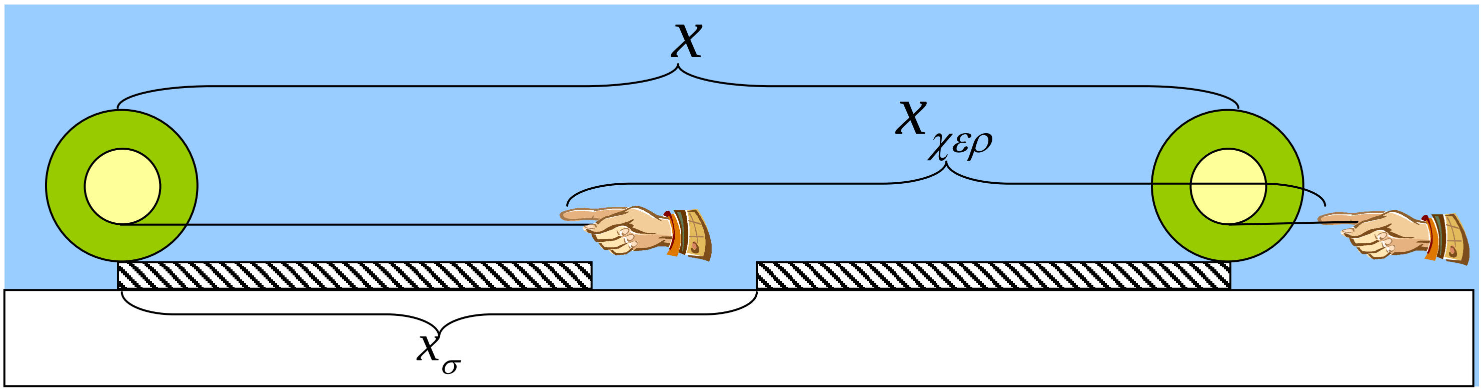
Προσθέτω τις (4) και (8) και $T=3m.a_{cm}-2m.a \quad (9)$

Από τις (7),(9) $\Rightarrow M.2a-M.a_{cm}=3m.a_{cm}-2m.a \Rightarrow 2(M+m)a=(3m+M).a_{cm}$

$$\Rightarrow a_{cm}=\frac{2(M+m)}{(3m+M)}a=1,6\frac{m}{s^2}$$

$$(3)\Rightarrow a_\sigma=0,4\frac{m}{s^2} \qquad \text{και} \quad (2)\Rightarrow a_\gamma=6\frac{rad}{s^2}$$

2.



Οι μετατοπίσεις της σανίδας του χεριού και του κυλίνδρου πραγματοποιούνται στον ίδιο χρόνο.

$$x = \frac{1}{2}a_{cm}\Delta t^2 \text{ και } x_\sigma = \frac{1}{2}a_\sigma \Delta t^2$$

$$\text{Όμως } x - x_\sigma = L \Rightarrow L = \frac{1}{2}\left(a_{cm} - a_\sigma\right)\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2.L}{a_{cm} - a_\sigma}} = 2s$$

Τη στιγμή εκείνη παύει η δράση της τριβής και η σανίδα αποκτά την τελική της ταχύτητα:

$$\upsilon_\sigma = a_\sigma \Delta t = 0,8\frac{m}{s}$$

3. Για να βρούμε το έργο που το χέρι πρόσφερε θα βρούμε τη δύναμη F.

$$(4),(7) \Rightarrow F = m.a_{cm} + M.2a - M.a_{cm} = 4,4N$$

Θα βρούμε επίσης την μετατόπιση του χεριού:

$$x_{\chi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 2m$$

Το προσφερθέν έργο είναι:

$$W = F.x_{\chi\varepsilon\rho} = 8,8J$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Γιάννης Κυριακόπουλος