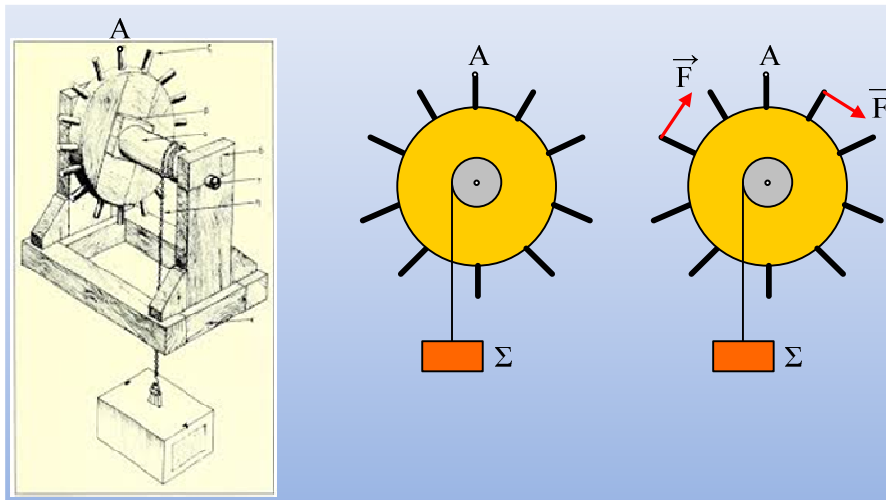


Στροφορμή και Ενέργεια σε ένα βαρούλκο.



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίου ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ μάζας 20kg. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί $r=10\text{cm}$, ενώ η ακτίνα του σημείου A είναι ίση με $R=50\text{cm}$.

A) Ασκώντας δυο δυνάμεις ίσου μέτρου $F=24\text{N}$, στα άκρα δύο χειρολαβών, κάθετα προς αυτές όπως στο σχήμα, μπορούμε να στρέφουμε το βαρούλκο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=0,1\text{rad/s}$.

B) Αν αυξήσουμε τα μέτρα των δύο δυνάμεων στην τιμή $F_1=28\text{N}$, τότε το τύμπανο αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}=4\text{rad/s}^2$, οπότε τη στιγμή t_1 το σώμα Σ έχει ταχύτητα $0,5\text{m/s}$.

i) Αν το τύμπανο του βαρούλκου δέχεται σταθερή ροπή λόγω τριβής, από τον άξονα, να υπολογιστεί η τιμή της.

ii) Να βρεθεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του βαρούλκου, ως προς τον άξονα περιστροφής του τυμπάνου τη στιγμή t_1 .

iii) Για την παραπάνω στιγμή t_1 να βρεθούν επίσης:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του τυμπάνου.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα, μέσω των δύο δυνάμεων που ασκούμε.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ και του βαρούλκου.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας των τριβών.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Εφόσον το τύμπανο του βαρούλκου στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, το νήμα τυλίγεται με αποτέλεσμα το μήκος του να μειώνεται με σταθερό ρυθμό, οπότε και το σώμα Σ ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα.

Αλλά τότε $\Sigma F_{\Sigma}=0 \rightarrow T_1=Mg=200N$ συνεπώς και $T_2=200N$, αφού το νήμα ασκεί ίσου μέτρου δυνάμεις στα δυο άκρα του.

Για το βαρούλκο τώρα αφού στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα:

$$\Sigma \tau = 0 \rightarrow 2F \cdot R + \tau_{Tp} - T_2 \cdot r = 0 \rightarrow$$

$$\tau_{Tp} = T_2 \cdot r - 2F \cdot R = 200 \cdot 0,1 Nm - 2 \cdot 24 \cdot 0,5 Nm = -4 Nm$$

- ii) Αν αυξηθούν τα μέτρα των δυνάμεων, το βαρούλκο θα αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση και το σώμα Σ θα επιταχυνθεί με φορά προς τα πάνω.

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Σ παίρνουμε:

$$T_1 - Mg = Ma \quad (1) \text{ όπου } a \text{ η επιτάχυνση του σώματος } \Sigma.$$

Εφαρμόζοντας εξάλλου το 2^ο νόμο για την στροφική κίνηση του βαρούλκου παίρνουμε:

$$F_1 \cdot R + F_1 \cdot R - T_2 \cdot r + \tau_{Tp} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Αλλά αφού το νήμα θεωρείται αβαρές $T_1 = T_2$, ενώ $v_{\Sigma} = v_B = \omega \cdot r \rightarrow$

$$\frac{dv_{\Sigma}}{dt} = \frac{dv_B}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r \rightarrow a = a_{\gamma\omega\nu} \cdot r = 0,4 m/s^2$$

Από την (1) βρίσκουμε $T_1 = Mg + Ma = 208N$ και τότε με αντικατάσταση στην (2) βρίσκουμε:

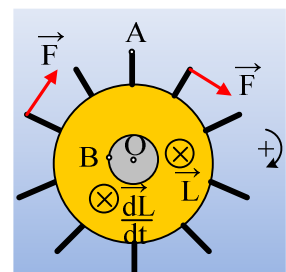
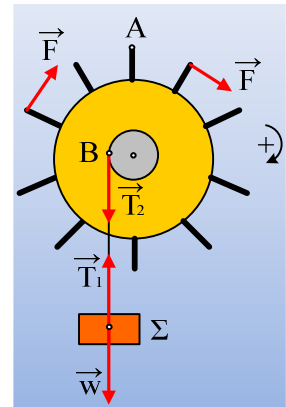
$$I = \frac{2F_1 R - T_2 r + \tau_{Tp}}{a_{\gamma\omega\nu}} = \frac{2 \cdot 28 \cdot 0,5 - 208 \cdot 0,1 - 4}{4} kg \cdot m^2 = 0,8 kg \cdot m^2$$

Τη στιγμή t_1 το σημείο B έχει ταχύτητα όση και το σώμα Σ, συνεπώς:

$$v_B = \omega \cdot r \rightarrow \omega = \frac{v_B}{r} = \frac{0,5}{0,1} rad/s = 5 rad/s$$

Αλλά τότε $L = I \cdot \omega = 0,8 \cdot 5 kg \cdot m^2/s = 4 kg \cdot m^2/s$ με διεύθυνση αυτήν του άξονα περιστροφής, που περνά από το σημείο O και φορά προς τα μέσα (κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο διπλανό σχήμα).

Αντίστοιχα ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι



$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = I \cdot a_{\gamma\omega\nu} = 0,8 \cdot 4kg \cdot m^2 / s^2 = 3,2kg \cdot m^2 / s^2$$

Επίσης με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα, όπως στο σχήμα, πάνω στον άξονα του τυμπάνου.

iii) α) Για το σύστημα σώμα Σ-βαρούλκο έχουμε:

$$\frac{dL_{ολ}}{dt} = \Sigma \tau_{εξ} = 2F \cdot R + \tau_{Tp} - Mg \cdot r = (2 \cdot 28 \cdot 0,5 - 4 - 20 \cdot 10 \cdot 0,1)kg \cdot m^2 / s^2 = 4kg \cdot m^2 / s^2.$$

β) Ο ρυθμός παροχής ενέργειας στο σύστημα μέσω των δύο δυνάμεων είναι:

$$\frac{dW_F}{dt} = P_{\tau F} = \tau \cdot \omega = 2F \cdot R \cdot \omega = 2 \cdot 28 \cdot 0,5 \cdot 5J / s = 140J / s$$

γ) Για το σώμα Σ:

$$\frac{dK_{\Sigma}}{dt} = (\Sigma F) \cdot v \cdot \sigma\nu\nu\alpha = Ma \cdot v = 20 \cdot 0,4 \cdot 0,5J / s = 4J / s$$

Ενώ για το βαρούλκο:

$$\frac{dK_B}{dt} = (\Sigma \tau) \cdot \omega \cdot \sigma\nu\nu\theta = I \cdot a_{\gamma\omega\nu} \cdot \omega = 0,8 \cdot 4 \cdot 5J / s = 16J / s$$

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική είναι ίσος:

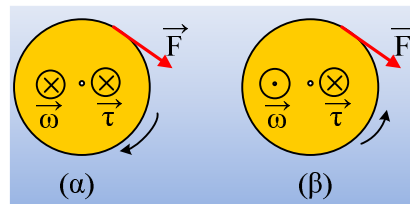
$$\frac{dQ}{dt} = |P_{\tau Tp}| = |\tau_{Tp}| \cdot |\omega| = 4 \cdot 5J / s = 20J / s$$

Σχόλια:

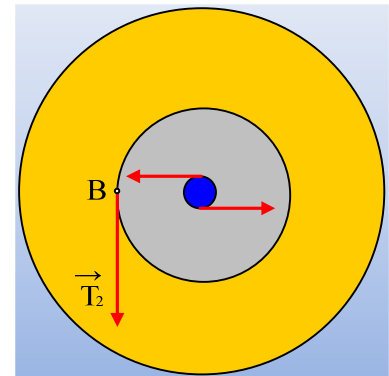
- 1) Τη στιγμή t_1 προσφέρεται ενέργεια στο σύστημα με ρυθμό 140J/s. Τι γίνεται η ενέργεια αυτή; Ένα μέρος γίνεται κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων με ρυθμό 4J/s+16J/s=20J/s, ενώ ένα άλλο μετατρέπεται σε θερμική μέσω του έργου της τριβής, της οποίας η ισχύς είναι αρνητική ($P_{Tp}=-20W$). Τα υπόλοιπα (140-20-20) J/s, τι γίνονται; Μετατρέπονται σε δυναμική ενέργεια του σώματος Σ, το οποίο ανέρχεται, οπότε αυξάνεται η δυναμική του ενέργεια. Πράγματι:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -Mg \cdot v \cdot \sigma\nu\nu 180^\circ = Mg \cdot v = 100J / s$$

- 2) Η ισχύς μιας ροπής δεν είναι $P=\tau \cdot \omega$, αλλά $P=|\tau| \cdot |\omega| \cdot \sigma\nu\theta$, όπου θ η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα της ροπής και της γωνιακής ταχύτητας. Έτσι στο αριστερό σχήμα (α) όπου τα δυο διανύσματα είναι ομόρροπα ισχύει ότι $P=\tau \cdot \omega$, αλλά στο σχήμα (β) η ισχύς της ροπής της δύναμης F είναι $P=-\tau \cdot \omega$, αφού τα διανύσματα έχουν αντίθετη κατεύθυνση και $\sigma\nu\nu 180^\circ=-1$.



3) Ο άξονας περιστροφής του τυμπάνου δεν είναι νοητός, αλλά πραγματικός και στη διάρκεια της περιστροφής του τυμπάνου, ασκεί δυνάμεις στο τύμπανο. Τι δυνάμεις; Πρώτα-πρώτα δύναμη στήριξης, αλλά και τριβές στις επιφάνειες επαφής. Έτσι θα μπορούσαμε σε μια ομοιόμορφη κατανομή των τριβών αυτών, η συνισταμένη τους να είναι μηδενική, αλλά όχι και η ροπή τους. Έτσι αν υποθέσουμε ότι μιλάμε για δυο μικρές αντιδιαμετρικές επιφάνειες, στις οποίες ασκούνται τριβές, θα έχουμε την εικόνα του διπλανού σχήματος, όπου οι δυο δυνάμεις αποτελούν ένα ζεύγος μη μηδενικής ροπής. Προφανώς μπορούμε να βρούμε αρκετά τέτοια ζεύγη, όπου η ύπαρξή τους, αλλά και η τιμή της ροπής, θα έχει να κάνει και με τον τρόπο που πιέζονται οι επιφάνειες του άξονα (τον οποίο ας φανταστούμε σαν ένα σωλήνα κυλινδρικού σχήματος) γύρω από τον οποίο περιστρέφεται το τύμπανο. Έτσι μπορούμε χωρίς να υπεισερχόμαστε σε παρόμοιες λεπτομέρειες να αναφερόμαστε σε κάποια ροπή της τριβής που ασκείται στον περιστρεφόμενο κύλινδρο, από τον άξονα περιστροφής του, όπως στην παραπάνω μελέτη μας.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονόσης Μάργαρης