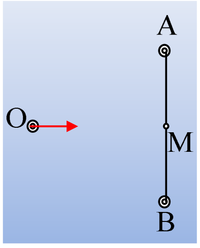
Το πέρασμα ανάμεσα σε δύο ακλόνητα φορτία.



Δύο ακλόνητα ίσα σημειακά φορτία Q=50nC βρίσκονται στα σημεία Α και Β, σε απόσταση 2d=6cm. Από σημείο Ο, το οποίο απέχει κατά r=5cm από τα σημεία Α και Β, εκτοξεύεται ένα μικρό σωματίδιο μάζας 2mg και φορτίου q_1=3nC, με αρχική ταχύτητα υ_0=10m/s, με κατεύθυνση το μέσον Μ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ, όπως στο σχήμα.

i) Να αποδειχθεί ότι το σωματίδιο θα κινηθεί ευθύγραμμα, υπολογίζοντας και την ελάχιστη ταχύτητά του.

ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σωματιδίου τη στιγμή που θα απέχει κατά r_1=6cm από το σημείο Α;

iii) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το σωματίδιο.

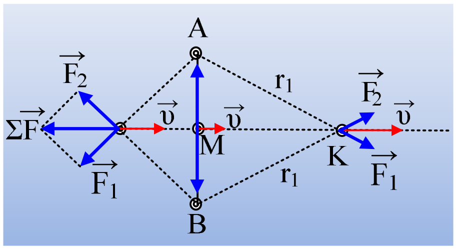
iv) Αν αρχικά εκτοξεύαμε το σωματίδιο με κατεύθυνση προς το σημείο Β:

α) Θα σωματίδιο θα επιβραδυνθεί μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του

β) Το σωματίδιο θα αποκτούσε τελικά μεγαλύτερη κινητική ενέργεια.

Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις προτάσεις αυτές, δικαιολογώντας την επιλογή σας.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που δέχεται το σωματίδιο αριστερά του σημείου Μ, στο Μ και σε μια θέση δεξιά του. Σε κάθε θέση το σωματίδιο δέχεται δυο δυνάμεις ίσου μέτρου, αφού ισαπέχει από τα σημεία Α και Β. Οπότε αν πάρουμε τη συνισταμένη δύναμη σε μια τυχαία θέση (αριστερά του (ΑΒ)), αυτή θα έχει την διεύθυνση της ΟΜ, αφού το σχηματιζόμενο παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος και η διαγώνιος διχοτομεί την γωνία. Αλλά τότε η συνισταμένη είναι πάνω στην ευθεία που ορίζουν το Ο και το Μ (το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές και η ΟΜ είναι διάμεσος, συνεπώς και διχοτόμος). Αλλά αυτό σημαίνει ότι η δύναμη έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα και το σωματίδιο επιβραδύνεται μέχρι να φτάσει στο Μ, στο οποίο μηδενίζεται η επιτάχυνσή του, ενώ στη συνέχεια θα επιταχυνθεί, αφού η συνισταμένη θα έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας. Συνεπώς την ελάχιστη ταχύτητα θα την έχει τη στιγμή που περνά από το Μ. Κατά την κίνηση του σωματιδίου η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή:

$$K_o+U_O=K_M+U_M \rightarrow$$

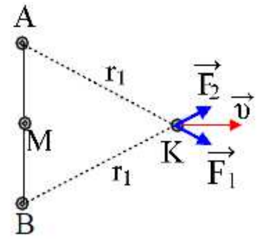
$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+k_c\frac{Q_Aq_1}{(AO)}+k_c\frac{Q_Aq_1}{(BO)}=\frac{1}{2}m\upsilon_{\min}^2+k_c\frac{Q_Aq_1}{(AM)}+k_c\frac{Q_Aq_1}{(BM)} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+2k_c\frac{Q_Aq_1}{r}=\frac{1}{2}m\upsilon_{\min}^2+2k_c\frac{Q_Aq_1}{d} \rightarrow$$

$$\upsilon_{\min}=\sqrt{\upsilon_0^2+4k_c\frac{Qq_1}{m}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{d}\right)} \rightarrow$$

$$\upsilon_{\min} = \sqrt{100 + 4\cdot 9\cdot 10^9 \frac{50\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-6}}\left(\frac{1}{5\cdot 10^{-2}} - \frac{1}{3\cdot 10^{-2}}\right)}\, m/s \rightarrow$$

$$\upsilon_{\min} = \sqrt{100 + 18\cdot 5\cdot 3\cdot 10^{-2}\left(\frac{300-500}{5\cdot 3}\right)}\, m/s = 8 m/s$$



ii) Τη στιγμή που το σωματίδιο απέχει 6cm από το Α, θα απέχει επίσης 6cm και από το Β, οπότε δέχεται δυνάμεις ίσου μέτρου:

$$F_1 = F_2 = k_c \frac{Qq_1}{r_1^2} = 9\cdot 10^9 \frac{50\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9}}{36\cdot 10^{-4}} N = \frac{15}{4} 10^{-4} N$$

Αν ονομάσουμε Κ τη θέση αυτή, τότε το τρίγωνο ΚΑΒ είναι ισόπλευρο, συνεπώς η γωνία μεταξύ των F_1 και F_2 είναι 60° και για τη συνισταμένη τους έχουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\sigma\upsilon\nu 60^o} = \sqrt{3F_1^2} = F_1\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{4}10^{-4} N$$

Η δε διεύθυνση της συνισταμένης, είναι επίσης πάνω στην ευθεία ΟΜΚ, ομόρροπη της ταχύτητας, η οποία ας σημειωθεί ότι πλέον αυξάνεται. Αλλά τότε από τον γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F} \rightarrow$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{15\sqrt{3}}{4}10^{-4} kg\cdot m/s^2$$

iii) Το σωματίδιο θα επιταχύνεται μέχρι να φτάσει σε πολύ μεγάλη απόσταση (στο άπειρο), οπότε θα πάψει να δέχεται δυνάμεις από τα δύο φορτία. Συνεπώς τότε θα έχει και τη μέγιστη κινητική ενέργεια.

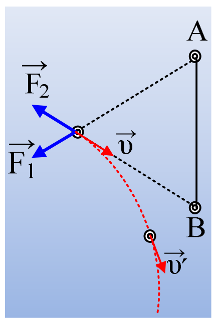
Ας εφαρμόσουμε τώρα το Θ.Μ.Κ.Ε. από το Ο στο άπειρο (απλά για να αλλάξουμε εργαλείο, θα μπορούσαμε να ξαναχρησιμοποιήσουμε την Α.Δ.Μ.Ε.)

$$K_\infty - K_O = W_{O\rightarrow\infty}$$

$$K_\infty - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = q_1(V_O - V_\infty) \rightarrow$$

$$K_\infty = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + 2k_c\frac{Qq_1}{r} = \frac{1}{2}2\cdot 10^{-6}\cdot 10^2 J + 2\cdot 9\cdot 10^9 \frac{50\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9}}{5\cdot 10^{-2}} J \rightarrow$$

$$K_\infty = 1{,}54\cdot 10^{-4} J$$



iv) Και οι δύο προτάσεις είναι λανθασμένες.

α) Έστω ότι εκτοξεύεται προς το σημείο Β. Τότε δέχεται μεν, δύναμη απωστική από το αντίστοιχο φορτίο την $\mathbf{F_2}$, αλλά δέχεται και δύναμη $\mathbf{F_1}$ από το φορτίο στο σημείο Α. Συνεπώς η κίνησή του, δεν θα είναι ευθύγραμμη, αλλά καμπυλόγραμμη, κατά την οποία δεν θα μηδενιστεί ποτέ η ταχύτητά του.

β) Η μέγιστη κινητική ενέργεια θα αποκτηθεί ξανά στο άπειρο. Αλλά το έργο της δύναμης από το πεδίο, δύναμης συντηρητικής, δεν εξαρτάται από την διαδρομή, αλλά είναι πάντα:

$$W_{O\to\infty} = q_1(V_O - V_\infty) = q_1 V_O$$

Συνεπώς και πάλι η τελική κινητική ενέργεια θα είναι $K_\infty = 1{,}54 \cdot 10^{-4}\, J$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης