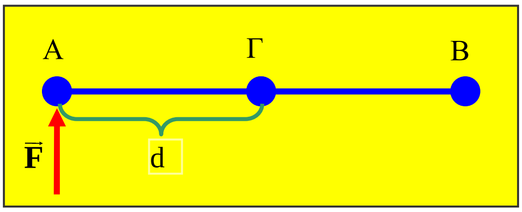
Τρεις σημειακές σφαίρες πάνω σε ράβδο και οι στιγμιαίες επιταχύνσεις τους



Δυο σημειακές σφαίρες Α και Β με μάζες $m_A = m_B = 2M$ είναι κολλημένες στα άκρα μιας άκαμπτης λεπτής και αβαρούς ράβδου μήκους 2d.

Μια τρίτη σφαίρα Γ μάζας $m_Γ = M$ είναι κολλημένη στο μέσον της ράβδου.

Το σύστημα, τοποθετείται πάνω σε οριζόντιο λείο επίπεδο και ηρεμεί.

Την χρονική στιγμή t = 0 , μια οριζόντια δύναμη μέτρου F, ασκείται στην αριστερή σφαίρα Α κάθετα στη ράβδο.

Να υπολογιστούν οι τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη αμέσως μετά την εφαρμογή της δύναμης.

i. η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος

ii. η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος

iii. η επιτρόχεια επιτάχυνση των σφαιρών

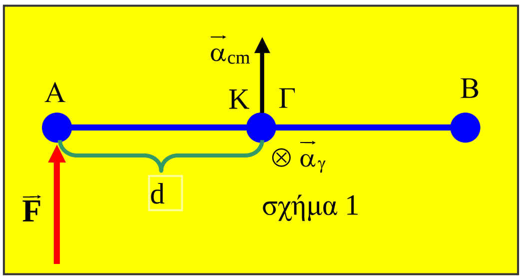
iv. η κεντρομόλος επιτάχυνση των σφαιρών Α και Β

v. η συνολική επιτάχυνση της σφαίρας Α

vi. η συνολική επιτάχυνση της σφαίρας Β

Δίνονται τα μεγέθη F, M και d.

Απάντηση



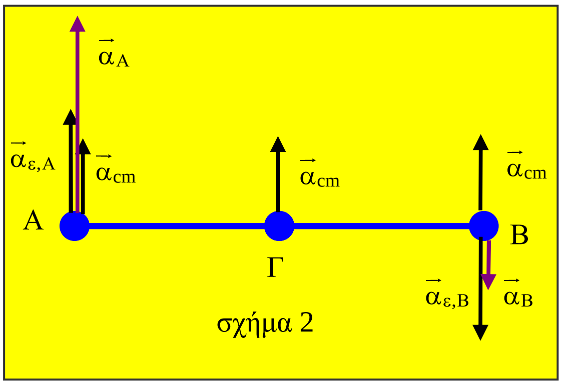
i. Είναι $Σ\vec{F} = M_{ολ} \cdot \vec{α}_{cm}$ άρα $\vec{F} = M_{ολ} \cdot \vec{α}_{cm}$ ή $α_{cm} = \dfrac{F}{5M}$ (1)

Η (1) μας δίνει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος Κ, το οποίο συμπίπτει με τη θέση της σφαίρας Γ που βρίσκεται στο μέσον της ράβδου, επειδή οι άλλες δυο σφαίρες που βρίσκονται στα άκρα της έχουν ίσες μάζες.

ii. Ισχύει ότι $Στ_{(K)} = I_{cm} \cdot α_γ$ ή $F \cdot d = I_{cm} \cdot α_γ$ (2)

$$\text{Αλλά } I_{cm} = Σm_i R_i^2 = 2M \cdot d^2 + 2M \cdot d^2 + M \cdot 0 = 4M \cdot d^2 \ (3)$$

Από τις (2) και (3) προκύπτει ότι $α_γ = \dfrac{F}{4M \cdot d}$ (4) με $\otimes\ \vec{α}_γ$



σχήμα 2

iii. Η επιτρόχεια επιτάχυνση που αποκτούν οι σφαίρες έχει μέτρο $\alpha_\varepsilon = \alpha_\gamma \cdot d$ και με βάση τη (4)

$$\alpha_\varepsilon = \frac{F}{4M} \quad (6).$$

Η φορά της επιτρόχειας επιτάχυνσης για τις Α ($\vec{\alpha}_{\varepsilon,A}$) και Β ($\vec{\alpha}_{\varepsilon,B}$), φαίνεται στο σχήμα 2.

iv. Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι $\alpha_k = \omega^2 \cdot R$ και επειδή την $t = 0$ δεν έχει αρχίσει ακόμη η περιστροφή, θα είναι $\omega = 0$ άρα και $\alpha_k = 0$.

v. Η συνολική επιτάχυνση που αποκτά η σφαίρα Α είναι

$\vec{\alpha}_A = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon,A}$ αλλά οι $\vec{\alpha}_{cm}$, $\vec{\alpha}_{\varepsilon,A}$ όπως δείχνει το σχήμα 2, έχουν την ίδια φορά άρα

$\alpha_A = \alpha_{cm} + \alpha_{\varepsilon,A}$ και με βάση τις (1) και (6) $\alpha_A = \frac{F}{5M} + \frac{F}{4M} = \frac{9F}{20M}$.

Η φορά της $\vec{\alpha}_A$ φαίνεται στο σχήμα 2

vi. Η συνολική επιτάχυνση που αποκτά η σφαίρα Β είναι

$\vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon,B}$ οι $\vec{\alpha}_{cm}$, $\vec{\alpha}_{\varepsilon,B}$ όπως δείχνει το σχήμα 2, έχουν αντίθετη φορά άρα

$\alpha_A = -\alpha_{cm} + \alpha_\varepsilon$ και με βάση τις (1) και (6) $\alpha_A = -\frac{F}{5M} + \frac{F}{4M} = \frac{F}{20M}$.

Η φορά της $\vec{\alpha}_B$ φαίνεται στο σχήμα 2.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Μανώλης Δρακάκης